

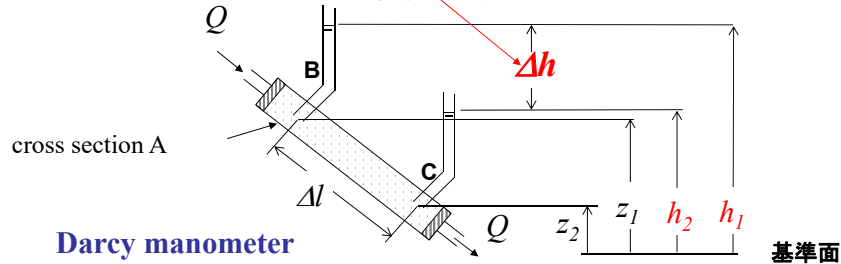
土中(多孔質体)の中の流れ

Darcy's law:

$$v = -k \frac{dh}{dl} = k \cdot i \quad (2)$$

v: (流速) 流量速度
 k: 透水係数
 h: (ピエゾ) 水頭
 l: 流管の長さ
 i: 動水勾配

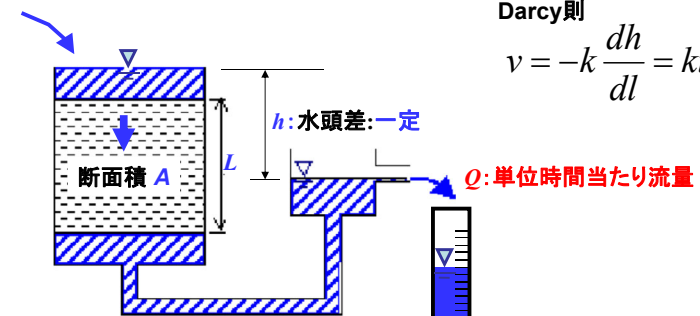
$$i = -\frac{\Delta h}{\Delta l} = -\frac{dh}{dl}$$



透水係数(k)の測定

テキスト 64p

定水透水試験 (constant head permeameter test)



$$\text{Darcy則} \quad v = -k \frac{dh}{dl} = ki \quad (2)$$

$$i = \frac{h}{L} \quad v = \frac{Q}{A} \quad \text{Darcy則} \Rightarrow k = \frac{QL}{hA} \quad (13)$$

変水透水試験 (falling head permeameter test)

テキスト 65p~

Darcy則より、時間Δt間の流量:

$$\Delta Q = Aik\Delta t \quad (a)$$

スタンドパイプ内の水位の低下分(-Δh)の水量:

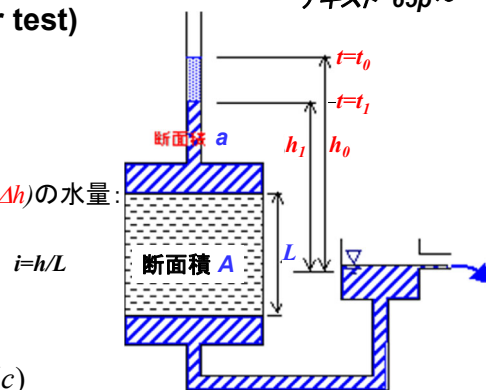
$$-a\Delta h \quad (b)$$

$$(a)=(b) \quad -a\Delta h = Ak \frac{h}{L} \Delta t,$$

$$-a \frac{dh}{h} = \frac{Ak}{L} dt \quad (c)$$

境界条件: h_0, h_1 at t_0, t_1

$$k = \frac{aL}{A} \cdot \frac{\ln(h_0/h_1)}{t_1 - t_0} = 2.3 \frac{aL}{A} \cdot \frac{\log_{10}(h_0/h_1)}{t_1 - t_0} \quad (14)$$



透水試験の適用範囲

理論的には、どのような土質でも適用可能。

定水位試験: $D=10\text{cm}, L=10\text{cm}, h=10\text{cm}$

k: 小 ⇒ 信頼できる流量が得られる時間大

変水位試験:

k: 大 ⇒ スタンドパイプの水位の降下スピード速すぎて、正確な測定が困難

k: 極端に小: 非常に長い実験時間要。a/Aである程対応可。

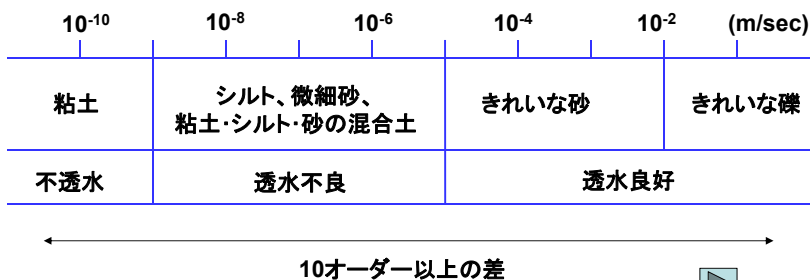
定水位透水試験: $k > 10^{-6}\text{m/s}$

変水位透水試験: $10^{-9}\text{m/s} < k < 10^{-4}\text{m/s}$ 程度(特殊な変水位装置はのぞく)

圧密試験: $k < 10^{-8}\text{m/s}$ 、粘性土(圧密理論から間接的に透水係数を求める)

詳細: 土質力学第二で

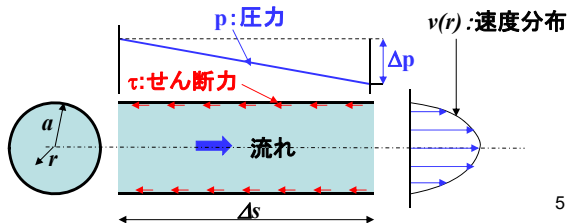
土の種類と透水係数



透水係数 = f(?, ?, ?)

粘性流体の流管内の流れ:
ポワズイユ (Poiseuille) 流れ
(流体力学)
(間隙を流管とみなす)

η : 粘性係数



5

Poiseuilleの流れ

長さ Δs の半径 r の円柱の流れ、円柱に作用する力のつり合いから、

$$F = \Delta p(\pi r^2) = \tau(2\pi r \Delta s) \Rightarrow \tau = \frac{\Delta p a}{2\Delta s} \quad (i)$$

円管内の流体(粘性係数 η)の半径 r における速度 $v(r)$ とすると、その時のせん断力 τ は

$$\tau = -\eta \frac{dv(r)}{dr} \quad (ii)$$

(i)=(ii)として、 r から a まで積分すれば、

$$v(r) = -\frac{(r^2 - a^2)}{4\eta} \frac{\Delta p}{\Delta s} \quad (iii)$$

(iii)を $r=a$ で $v=0$ として、 0 から a まで積分すると、単位時間当たりの流量 q と流量速度 v は

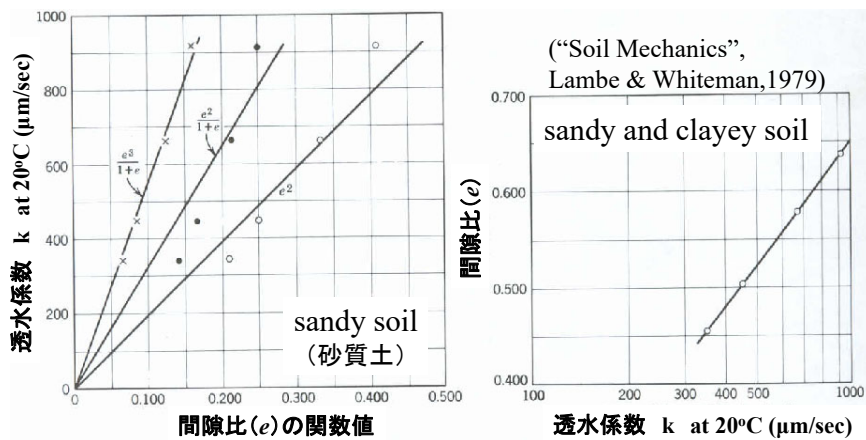
$$q = -\frac{\pi a^4}{8\eta} \frac{\Delta p}{\Delta s} \quad (iv) \Rightarrow v = \frac{q}{A} = -\frac{a^2}{8\eta} \frac{\Delta p}{\Delta s} \quad (v) \quad \leftarrow \Delta p = \gamma_w \Delta h$$

$$v = \frac{\gamma_w a^2}{8\eta} \frac{\Delta h}{\Delta s} \quad (vi)$$

動水勾配に比例
管径の2乗に比例
透水係数に対応
間隙の寸法

6

透水係数と間隙比の関係



straight relation in $e^3/(1+e) - k$ and $e - \log k$

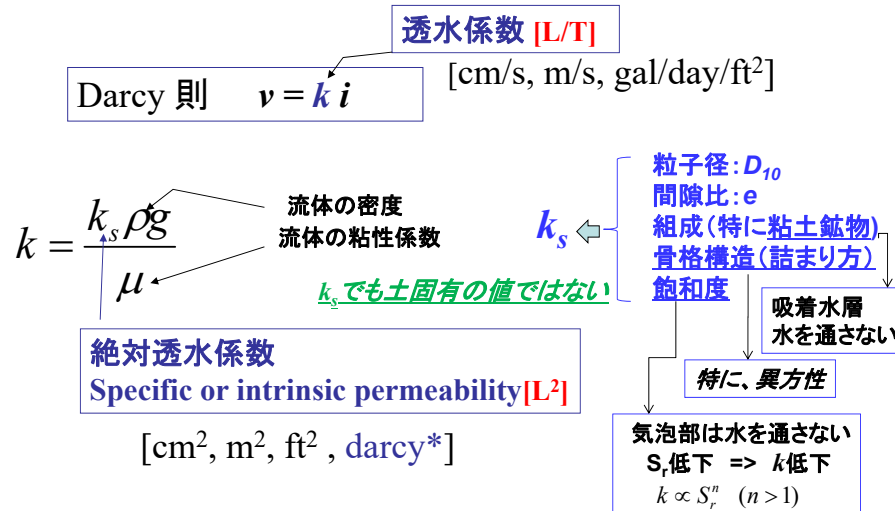
Taylor: $k = C \frac{\rho_w g}{\eta} \frac{e^3}{1+e} D_s^2 \text{ (cm/s)}$ Hazen: $k = (70 \sim 150) D_{10}^2 \text{ (cm/s)}$

均質な砂: Why D_{10} ?? (10%通過粒径)
配合の良い細砂 均等係数2以下の砂

土本来の特性とは関係ない性質

7

絶対透水係数



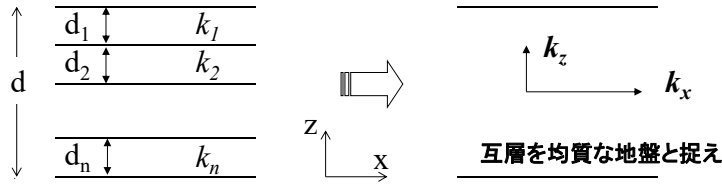
*1 darcy とは $\mu=1\text{cp}$ の流体が $\rho g dh/dl=1\text{atm/cm}$ の動水勾配の下で、
 $v=1\text{cm/s}$ の流速を生じさせる k_s

1 darcy $\approx 10^{-8}\text{cm}^2 \leftarrow$ 石油開発

8

互層地盤のマクロ的な透水係数

各層の透水係数は均質で等方 テキスト 72p~



Darcy則と連続条件.

$$k_z = \frac{d}{\sum_{i=1}^n d_i / k_i} \quad (15)$$

$$k_x = \sum_{i=1}^n \frac{k_i d_i}{d} \quad (16)$$

ex) 同じ厚さの2層地盤
 $k_1=10^{-4}, k_2=10^{-6}$ $k_1=10^{-4}, k_2=10^{-8} \text{m/s}$
 $k_x/k_z \sim 25$ $k_x/k_z \sim 2500$

互層地盤のマクロ的な透水係数
鉛直方向透水係数 < 水平方向透水係数

定常流れの基礎方程式

テキスト 84p~

質量保存則:

微小要素への流入質量 = 流出質量

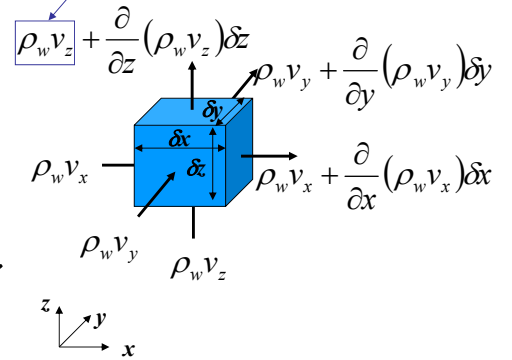
$$\frac{\partial(\rho_w v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_w v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho_w v_z)}{\partial z} = 0 \quad (17)$$

非圧縮流体: 圧力変化に対し ρ 変化無し

$\rho_w(x,y,z) = \text{const.}$

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (18)$$

単位断面を通る流体の質量速度



3次元のダルシー則

透水係数に方向性(異方性: anisotropy):

$$v_x = -k_x \frac{\partial h}{\partial x}, \quad v_y = -k_y \frac{\partial h}{\partial y}, \quad v_z = -k_z \frac{\partial h}{\partial z} \quad (19)$$

(19) => (18)

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = 0 \quad (20)$$

$k_x = k_y = k_z$ (等方性: isotropy)

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \nabla^2 h = 0 \quad (21)$$

ラプラス方程式
Laplace equation

定常流: ラプラス方程式 + 境界条件

=> x, y, z の関数

フローネット, (2次元: 等ポテンシャル線, 流線)

2次元流れとフローネット

非圧縮流体の連続式:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (22)$$

渦なし流れの条件:

$$\frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x} = 0 \quad (23)$$

ポテンシャル関数: $\Phi'(x, z)$ 、流れ関数 $\Psi(x, z)$

Φ' : 速度ポテンシャル (velocity potential)

$$v_x = \frac{\partial \Phi'}{\partial x}, \quad v_z = \frac{\partial \Phi'}{\partial z} \quad (24)$$

$$v_x = \frac{\partial \Psi}{\partial z}, \quad v_z = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (25)$$

等方性の場合

$$\Phi' = -kh \quad (26) \quad \leftarrow \text{Darcy則 } v_x = ki = -k \frac{dh}{dx}$$

式(22)、(24)、と式(23)、(25)より

$$\frac{\partial^2 \Phi'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi'}{\partial z^2} = 0 \quad (27) \quad \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} = 0 \quad (28)$$

ラプラス式

2次元流れ場:

式(27)と(28)+B.C.s, => 二つの等値線

$\Phi'(x,z)=\text{const.}$: 等ポテンシャル線(equipotential lines)

$\Psi(x,z)=\text{const.}$: 流線(flowlines)

二つの等値線上: $d\Phi'=0, d\Psi=0,$

$$\Phi' \text{ const line: } d\Phi' = v_x dx + v_z dz = 0, \quad \frac{dz}{dx} = -\frac{v_x}{v_z} \quad (29)$$

$$\Psi \text{ const line: } d\Psi = -v_z dx + v_x dz = 0, \quad \frac{dz}{dx} = \frac{v_z}{v_x} \quad (30)$$

$$\text{式(29)} \times \text{式(30)} = -1$$

全微分

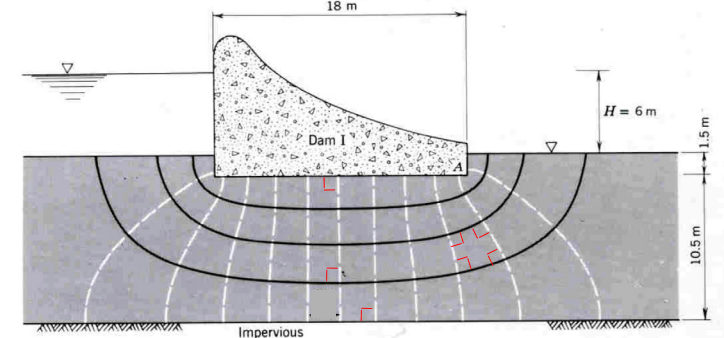
$$d\Phi' = \frac{\partial \Phi'}{\partial x} dx + \frac{\partial \Phi'}{\partial z} dz,$$

$$d\Psi = \frac{\partial \Psi}{\partial x} dx + \frac{\partial \Psi}{\partial z} dz$$

+eq.(24),(25)

等ポテンシャル線と流線はあらゆるところで直交する

2次元定常流れ:
直交する等ポテンシャル線群と流線群
(フローネット: flownet)



フローネットを通る流量速度

dq : 流線間の微小三角形要素を通る db の流量速度

$$dq = v_x dz - v_z dx \quad (31)$$

式(25) $v_x = \frac{\partial \Psi}{\partial z}, v_z = -\frac{\partial \Psi}{\partial x}$ より,

$$dq = \frac{\partial \Psi}{\partial z} dz + \frac{\partial \Psi}{\partial x} dx = d\Psi \quad (32)$$

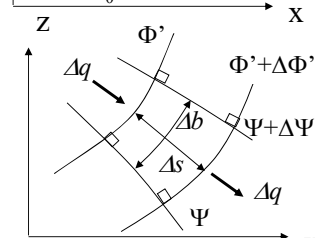
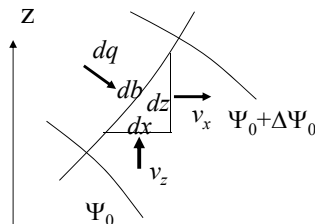
式(32)を流線間で積分,

$$\Delta q = \int_{\Psi_0}^{\Psi_0 + \Delta \Psi} d\Psi = \Delta \Psi \quad (33)$$

右図より, $v = \Delta q / \Delta b, i = -\Delta h / \Delta s.$

従って, $\Delta q / \Delta b = -k(\Delta h / \Delta s)$ (34)

$$\Delta q = (\Delta b / \Delta s) \Delta \Phi' \quad (35) \quad \leftarrow \text{eq.(26)} \quad \Phi' = -kh$$



正方形フローネット

$$\Delta b = \Delta s$$

式(33),(35)より,

$$\Delta q = \Delta \Psi = \Delta \Phi' \quad (36)$$

$$\Phi' = -kh$$

等ポテンシャル間の Δh : const

フローネット全体を通る流量速度 =

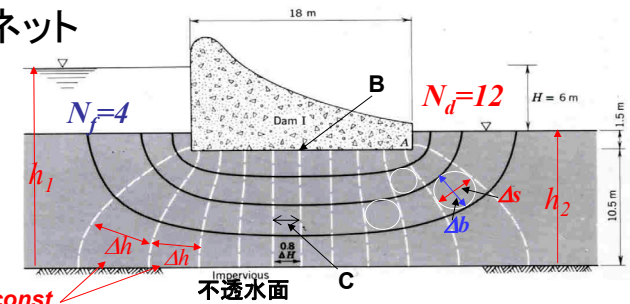
個々の流管(流線間)を通る流量速度の総和

$$q = N_f \Delta q = N_f \Delta \Psi = N_f \Delta \Phi' = (N_f / N_d) N_d \Delta \Phi' \quad (37)$$

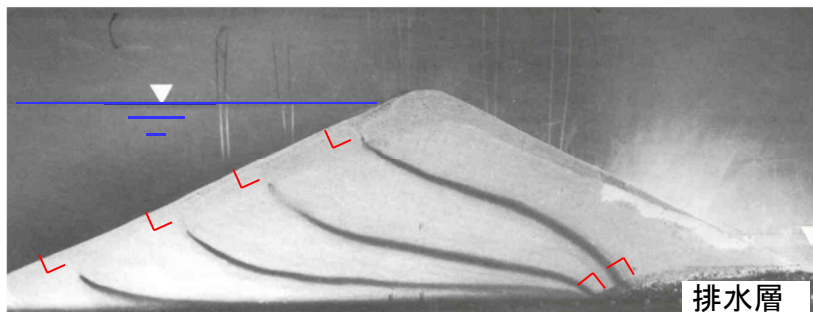
N_f : 流管数、 N_d : ポテンシャル線で仕切られた区画数

式(26)より, $N_d \Delta \Phi' = -k N_d \Delta h = -k(h_2 - h_1)$ 正方形フローネットの構築:
=> 境界条件

$$q = -k(N_f / N_d)(h_2 - h_1) \quad (38)$$



Model test showing flowlines



tracer:dye

定常流れ場における圧力水頭、圧力(水圧)、有効応力の算定

圧力水頭 (h_p)、水圧 (u) の計算:

1st: ある点における位置水頭 (h_e)、全水頭 (h : フローネットから) 決定;

2nd: $h = h_e + h_p$ より圧力水頭 (h_p) の決定、

3rd: $\rho_w g (\gamma_w)$ を用いて、 $u = h_p \cdot \rho_w g$ の計算。

(注: 多くの実務では、位置水頭と圧力がまず最初に求められ、そこから全水頭が計算される)

有効応力の計算:

1st: 全応力 (σ) の計算;

2nd: 圧力(間隙水圧: u) の算定;

3rd: 有効応力の算定: $\sigma' = \sigma - u$

本日のtechnical terms

定水位透水試験: constant head permeameter test;
 変水透水試験(falling head permeameter test);
 等方性: isotropy; 異方性: anisotropy;
 等ポテンシャル線: equipotential lines;
 流線: flowlines;
 フローネット: flownet

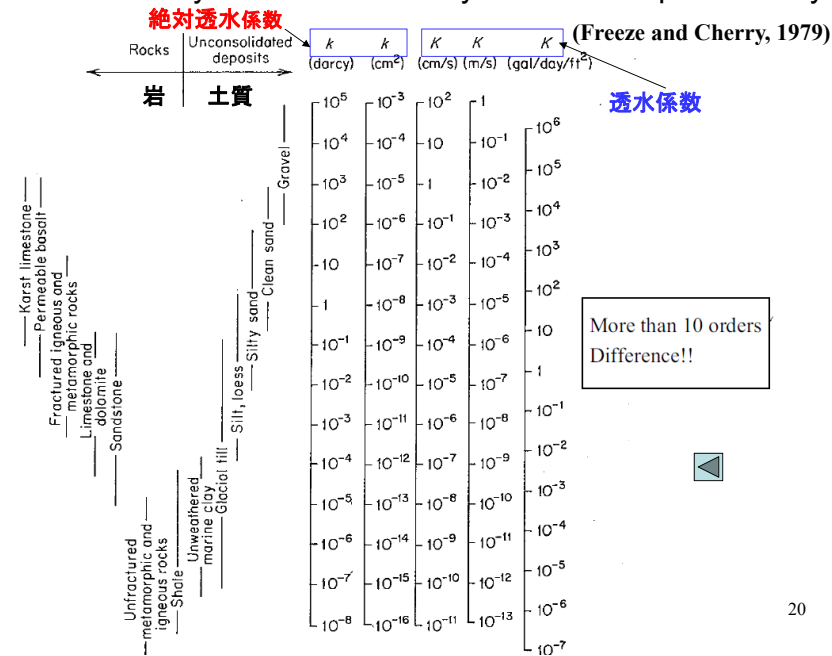
小テスト(7/15):

p16のダム下地盤の透水を考える。

1. C間の動水勾配はいくらか。
2. 地盤の透水係数が $k=0.1\text{m/day}$ として、一日あたりの単位奥行き幅あたりの透水量を求めよ。
3. 図中、ダム底面B点の水圧を求めよ。なお、ダム底面の地表面からの深さは-1.5mとする。

水の単位体積重量 $\gamma_w = 10\text{kN/m}^3$ とせよ。

Range of value of Hydraulic Conductivity and intrinsic permeability



円筒内径:
 $\Phi=18\text{mm}$
 試料乾燥質量
 珪砂8号
 $M_s=47.07\text{g}$
 $M_s+M_w=63.0\text{g}$

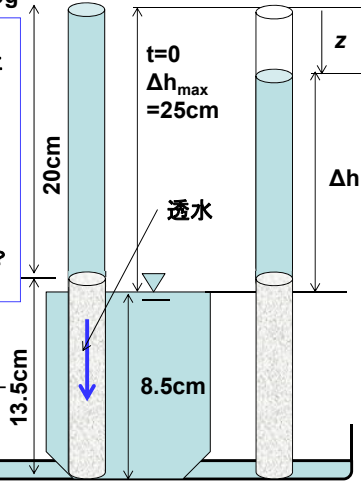
簡易透水試験(変水位)

$$k = \frac{aL}{A} \frac{\ln(h_0/h_1)}{t_1-t_0}$$

$$= 2.3 \frac{aL}{A} \frac{\log_{10}(h_0/h_1)}{t_1-t_0} \quad (14)$$

計測項目
 時間 t_i における
 水位の降下量
 z → 透水現象
 の考察
 k の測定

宿題:
 ・2014,2016年
 +2017年の試
 験から求める
 試料の
 透水係数 k ?
 珪砂8号の
 ・乾燥密度 ρ_d ?
 ・飽和密度 ρ_{sat} ?
 ・相対密度 D_r ?
 提出: 7/22
 件名: 土質1_レポ3
 ファイル名: 土-レポ3
 学籍番号_名前



t	2017		2014		
	z 8号	z 8号	z 8号	z 豊浦砂	z 3号
0	0	0	0.7	1	1
3s	0.05				7
5s	0.15				11
8s	0.25	0.2			14
15s	0.3	0.4	0.8	2	19
30s	0.5	0.7	1	3	
1min	1	1.2	1.5	4	
3min	2.8	3.1	3.2	9	
5min	4.5	4.6	6.1	12	
10min	8.2	8.6	8.1	18	
20min	13.6	13.7	14.2		
30min	17.5	17.6	17.0		

砂の透水性、ダルシー則の確認

